OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - BRĂILA, 22 februarie 2015
CLASA A VIII-A

1. Se consideră numărul $N=\sqrt{2009\cdot 2011\cdot 2013\cdot 2015+16}$. Calculați $\left[\frac{N}{2015}\right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real *a*.

Ștefan Ciochină, Brăila

2. Dacă numerele reale $x,y,z\in[0,+\infty)$ verifică relațiile:

$$\frac{x+y}{2}\le\sqrt{x\cdot y}+1 \text{ și } \frac{y+z}{2}\le\sqrt{y\cdot z}+4,$$

demonstrați că $\left|\sqrt{z}-\sqrt{x}\right|\le 3\sqrt{2}$.

Marius Damian, Brăila

3. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$ și $N\in(CD)$ astfel încât $DN=\frac{1}{3}DC$.

a) Determinați muchia cubului știind că aria triunghiului $A'AN$ este $\frac{8\sqrt{10}}{3}$ cm^2.

b) Determinați cosinusul unghiului dintre planele $(A'AN)$ și $(D'DA)$.

c) Calculați distanța de la *D* la planul $(A'AN)$.

Daniela Tilincă și Adriana Mihăilă, Brăila

4. Se consideră triunghiul ABC, $AC=BC$, $m(ACB)=90^\circ$ și triunghiul DAB, $DA=DB$, situate în plane perpendiculare. Fie $M\in(BC)$, $BM=2CM$, $N\in(AC)$, $AC=3AN$, $P\in MN\cap AB$, T mijlocul segmentului $[AB]$, iar G centrul de greutate al triunghiului DAB. Să se calculeze tangenta unghiului plan corespunzător unghiului diedru determinat de planele (ABC) și (DBC), știind că $3SD=5CT$, unde $S\in PG\cap AD$.

Narcis Gabriel Turcu, Brăila